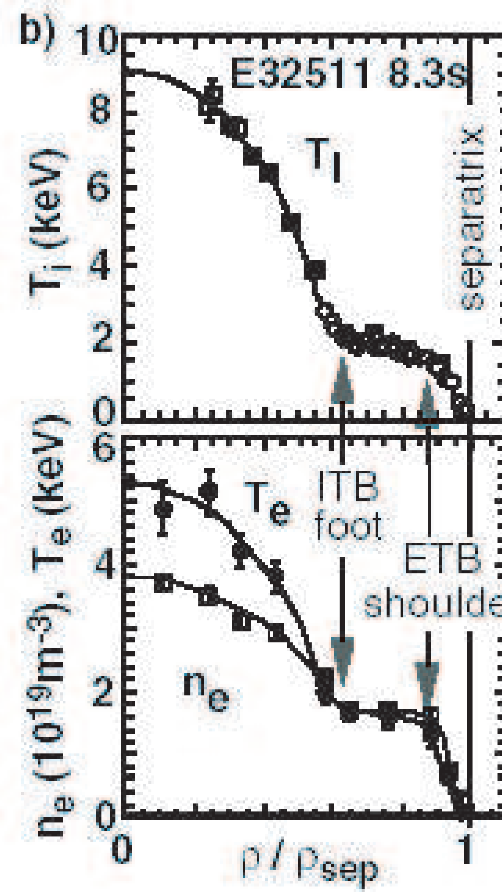
プラズマ回転を伴う内部輸送障壁形成の平衡・輸送解析

本多 充

京都大学工学研究科原子核工学専攻福山研究室

はじめに

- 磁気閉じ込め方式による核融合炉の実現
  $\Longrightarrow$ 高いエネルギー閉じ込め性能と閉じ込め時間が必要
- 高閉じ込め状態 $\Longrightarrow$ 輸送係数の減少
  - 高ポロイダルベータモード (高 β_p モード)
    - 低プラズマ電流
    - プラズマ内部に大きな温度勾配 (圧力勾配)
    - 磁気シア s の低下
  - 負磁気シア配位
    - 電流の立ち上げ
    - プラズマ内部に大きな温度勾配 (圧力勾配)
    - 磁気シアが負になる部分の形成
- 輸送係数の減少 $\Longrightarrow$ 内部輸送障壁 (ITB) の形成



トロイダル方向のプラズマ回転

- トロイダル回転 (ϕ 方向) による乱流輸送係数の減少
  - トロイダル回転速度シアの増大
  - 径方向電場の発生による $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$ 回転速度シアの増大
- ITB は径方向電場分布の加減によって制御できる可能性がある.
- 径方向電場

$$E_r = \frac{1}{Z_i e n_i}\frac{dp_i}{dr} + V_\phi B_\theta - V_\theta B_\phi$$

$\therefore$ 平衡・輸送解析においてトロイダル回転を含めることは重要

トロイダル流れを伴う MHD 基礎方程式

- 運動量保存方程式の慣性項 $\rho(\boldsymbol{V}\cdot\nabla)\boldsymbol{V}$ を含めている.
- MHD 基礎方程式系

$$
\begin{aligned}
\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{V}) &= 0 & \nabla\times\boldsymbol{B} &= \boldsymbol{j} \\
\rho(\boldsymbol{V}\cdot\nabla)\boldsymbol{V} &= \boldsymbol{j}\times\boldsymbol{B}-\nabla p & \boldsymbol{E}+\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{B} &= 0 \\
\nabla\times\boldsymbol{E} &= 0 & \boldsymbol{B}\cdot\nabla T &= 0 \\
\nabla\cdot\boldsymbol{B} &= 0 & p &= \frac{\rho T}{m}
\end{aligned}
$$

- 以下の二つの仮定を行う.
  - 円柱座標系 (R,ϕ,Z) において，物理的変数は ϕ に依らない（軸対称性）.
  - 流れの速度はトロイダル方向のみを向いている.

Grad-Schlüter-Shafranov 方程式

- 先述の MHD 基礎方程式系から，仮定に基づいて Grad-Schlüter-Shafranov 方程式を導出する．
- GSS 方程式

$$R^2\nabla\cdot\left(\frac{\nabla\psi}{R^2}\right)+\mathcal{T}\mathcal{T}'+R^2\left\{p_T'+p_T\frac{R^2}{2}\left(\frac{m\omega^2}{T}\right)'\right\}\exp\left(\frac{mR^2\omega^2}{2T}\right)=0$$

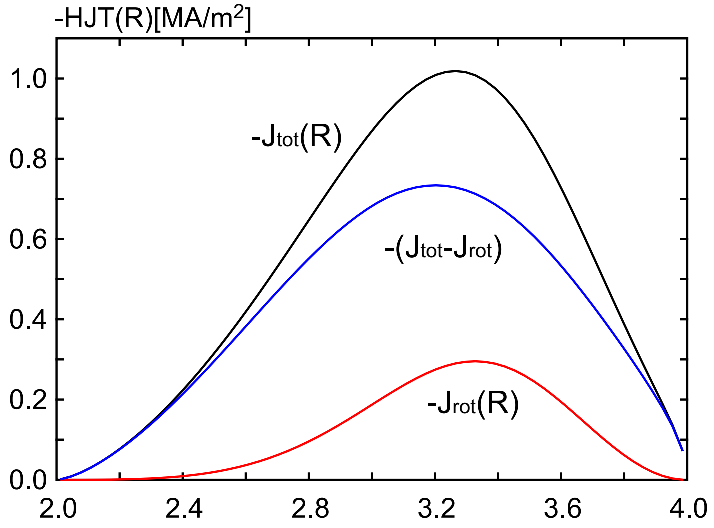
ψ	ポロイダル磁束関数	$T(\psi)$	プラズマ温度
R	大半径	$\omega(\psi)$	回転周波数
$p_T(\psi)$	プラズマ圧力	$\boldsymbol{B}$	磁束密度
m	陽子の質量	$\mathcal{T}$	$\mathcal{T}=B_\phi R$

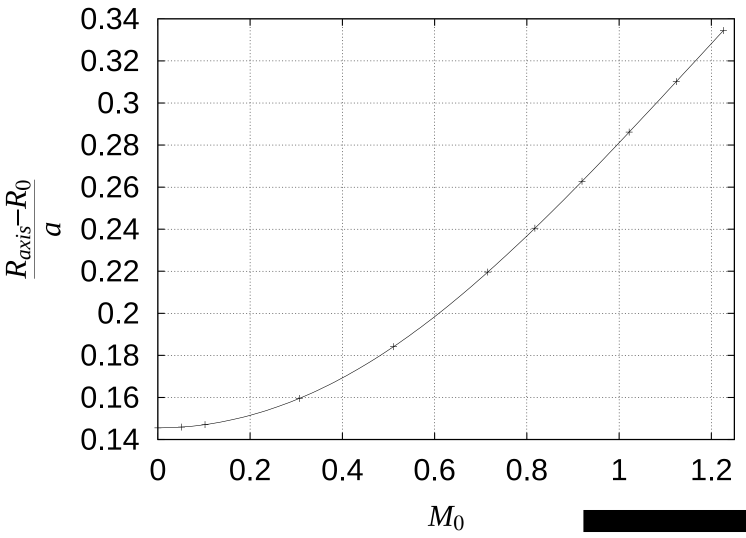
トロイダル回転がプラズマ平衡に及ぼす効果

- プラズマの標準パラメータ

$$R = 3\ \mathrm{m} \qquad p_0 = 0.1\ \mathrm{MPa} \qquad \kappa = 1.6$$
$$a = 1\ \mathrm{m} \qquad T_0 = 6\ \mathrm{keV} \qquad \delta = 0.25$$
$$B_0 = 3\ \mathrm{T} \qquad I_\mathrm{p} = 1.6\ \mathrm{MA} \qquad V_{\phi 0} = 5 \times 10^5\ \mathrm{m/s}$$

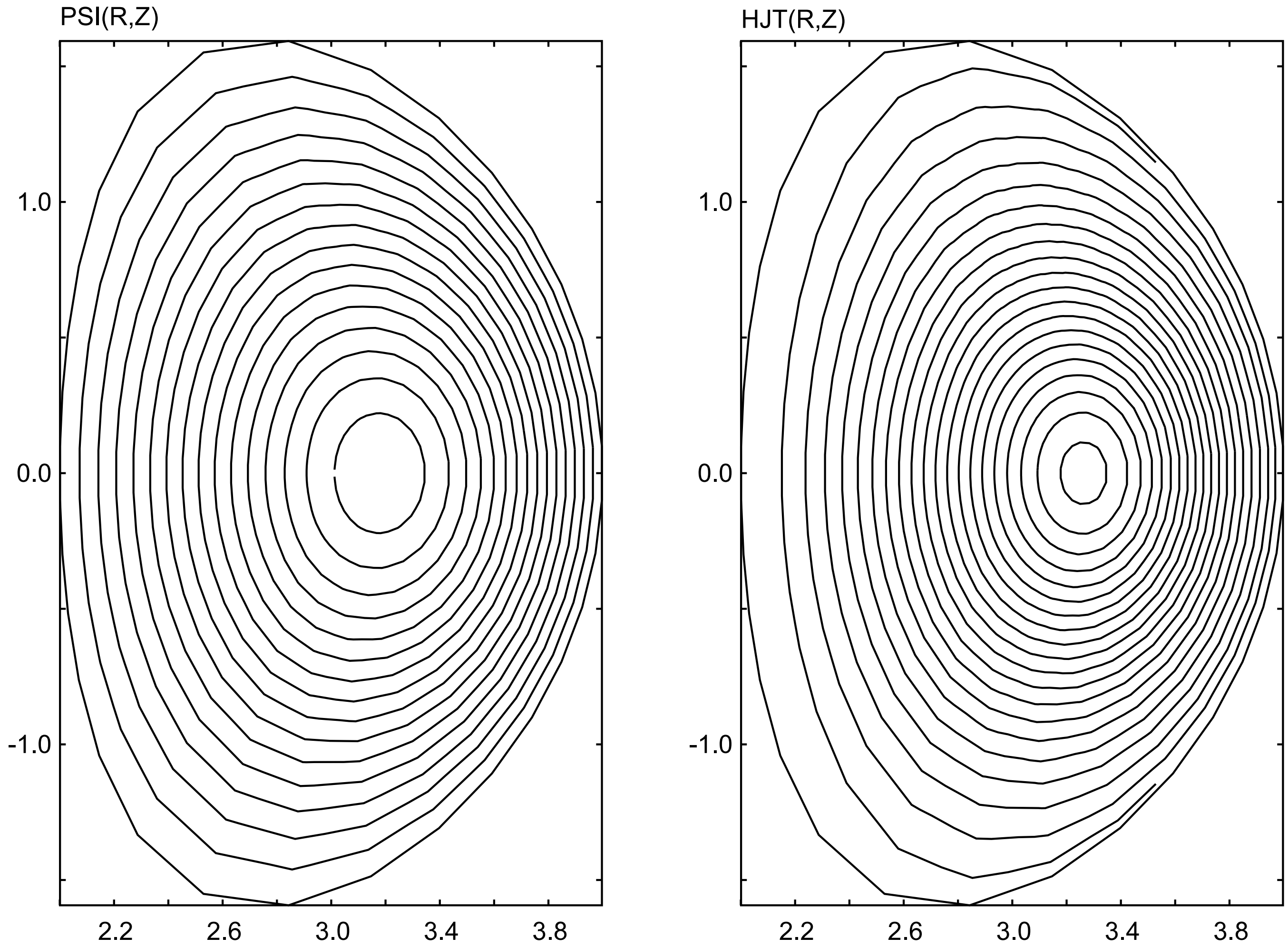
- トロイダル回転速度が増すと，回転効果による電流密度の増加が中心よりやや外側で見られ，磁気軸が外側にシフトする．





数値計算結果：二次元分布

ポロイダル磁束関数 $\psi(R,Z)$，電流密度 $j(R,Z)$ の二次元分布



解析解との比較 1

- $\omega(\psi)$ と $T(\psi)$ の選択

$$\frac{\omega^2}{T} = \text{constant}$$

- p_T, $\mathcal{T}^2$ を ψ の一次関数で仮定

$$\left.\begin{aligned} p_T &= \frac{P}{R_0^4}(\psi - \psi_1) \\ \mathcal{T}^2 &= \mathcal{T}_0^2 + 2\frac{M}{R_0^2}(\psi - \psi_1) \end{aligned}\right\}$$

ψ_1 はプラズマ境界での ψ であり，$\psi_1 = 0$

- 仮定の下での Grad-Schlüter-Shafranov 方程式

$$\nabla \cdot \left(\frac{\nabla\psi}{R^2}\right) + \frac{M}{R_0^2} + \frac{P}{R_0^4} R^2 \exp\left(\frac{mR^2\omega^2}{2T}\right) = 0$$

解析解との比較2

- プラズマ断面を D-shape ではなく，円形とした．

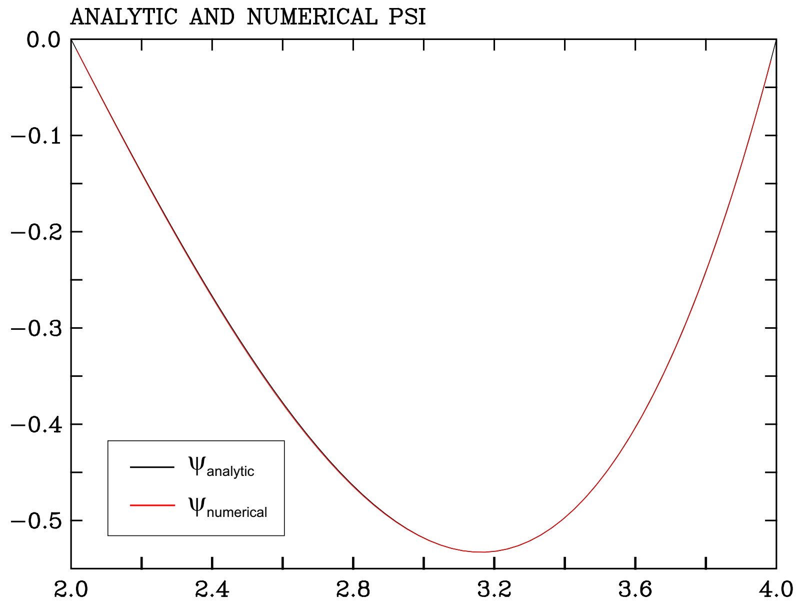
$$\kappa = 1, \qquad \delta = 0$$

- 数値解・解析解の ψ グラフ (at $Z = Z_{\mathrm{axis}}$)

磁気軸の位置は，各々 $R_{\mathrm{a}}^{\mathrm{num}} = 3.16280\mathrm{m}$，$R_{\mathrm{a}}^{\mathrm{anal}} = 3.16275\mathrm{m}$ なので，その誤差はプラズマ小半径に対して

$$\frac{|R_{\mathrm{a}}^{\mathrm{num}} - R_{\mathrm{a}}^{\mathrm{anal}}|}{a} \approx 0.005\%$$

である．



輸送方程式

- プラズマモデル
  - 不純物，中性粒子の影響は無視し，$Z_{\rm eff}=1$ とおいた．
  - $q(0)$ が 1 以下になると起こる場合がある鋸歯状振動が起こらない場合を考えた．
- 拡散型輸送方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_s V') = -\frac{\partial}{\partial \rho}\left(V'\langle|\nabla\rho|\rangle n_s V_s - V'\langle|\nabla\rho|^2\rangle D_s\frac{\partial n_s}{\partial\rho}\right) + S_s V'$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(m_s n_s u_s V') = -\frac{\partial}{\partial \rho}\left(V'\langle|\nabla\rho|\rangle m_s n_s u_s V_{us} - V'\langle|\nabla\rho|^2\rangle m_s n_s D_{us}\frac{\partial u_s}{\partial\rho}\right) + S_u V'$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{3}{2}n_s T_s V'^{5/3}\right) = -V'^{2/3}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(V'\langle|\nabla\rho|\rangle \frac{3}{2}n_s T_s V_{Es} - V'\langle|\nabla\rho|^2\rangle n_s\chi_s\frac{\partial T_s}{\partial\rho}\right) + S_E V'^{5/3}$$

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \rho}\left[\frac{\eta_\parallel}{\mu_0}\frac{F}{V'\langle R^{-2}\rangle}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\frac{V'}{F}\left\langle\frac{|\nabla\rho|^2}{R^2}\right\rangle B_\theta\right) - \frac{\eta_\parallel}{FR_0}\frac{\langle|\nabla\rho|\rangle}{\langle R^{-2}\rangle}\langle J_{CD}B\rangle\right]$$

$J_{\rm CD}$：誘導電流　　F：$F=B_\phi R$

V'：$dV/d\rho$，V はプラズマ体積　　$\eta_\parallel$：抵抗率

熱輸送係数

- 輸送シミュレーションで用いられる熱拡散係数は，新古典拡散係数 $\chi_{\rm NC}$ と乱流輸送係数 $\chi_{\rm TB}$ の和で表す.

$$\chi_{\rm e} = \chi_{\rm NC,e} + 12\chi_{\rm TB}$$

$$\chi_{\rm i} = \chi_{\rm NC,i} + 12\chi_{\rm TB}$$

- CDBM の自己維持乱流理論から求められた熱拡散係数

$$\chi_{\rm TB} = F(s, \alpha, \kappa)\alpha^{3/2}\frac{c^2}{\omega_{\rm pe}^2}\frac{v_{\rm A}}{qR}$$

磁気シア	$s \equiv \frac{r}{q}\frac{dq}{dr}$
圧力勾配	$\alpha \equiv -q^2 R\frac{d\beta}{dr}$
磁気曲率	$\kappa \equiv -\frac{r}{R}\left(1 - \frac{1}{q^2}\right)$

プラズマの標準パラメータ

- 因子 $F(s,\alpha,\kappa)$ の解析的な表式は，数値計算結果のフィッティングから求めた．$(\kappa \ll 1)$

$$F = \frac{1}{\sqrt{2(1-2s')(1-2s'+3s'^2)}} \quad \text{for} \quad s' = s - \alpha < 0$$

$$F = \frac{(1+9\sqrt{2}s'^{5/2})}{\sqrt{2(1-2s'+3s'^2+2s'^3)}} \quad \text{for} \quad s' > 0$$

- プラズマの標準パラメータ

$$R = 3\ \mathrm{m} \qquad B_0 = 3\ \mathrm{T}$$

$$a = 1.2\ \mathrm{m} \qquad I_\mathrm{p} = 3\ \mathrm{MA}$$

$$\kappa = 1.5 \qquad n_{\mathrm{e}0} = 5 \times 10^{20}\mathrm{m}^{-3}$$

$$P_\mathrm{in} = 10\ \mathrm{MW} \qquad P_\mathrm{He} = P_\mathrm{Hi} = P_\mathrm{in}/2$$

電流拡散性バルーニングモード(CDBM)

- 以下の 2 点が従来の輸送モデルと大きく異なる.
  - 電子の粘性を取り入れていること
  - 揺動の成長率を輸送係数の非線形関数として求め，その安定限界 (成長率 = 0) から輸送係数を定めていること.
- 短波長の揺動に対しては粘性項が摩擦項に比べて十分大きい
  $\Longrightarrow \lambda \boldsymbol{k}_\perp^2 \gg \eta_\parallel \qquad (\lambda = \mu_0(c^2/\omega_{\mathrm{pe}}^2)$: 電流拡散係数)
- 不均一プラズマによって揺動が起き，その増大によって乱流輸送が発生する.
  - 粘性や熱伝導によって乱流輸送は抑制 $\Longrightarrow$ 安定化
  - CDBM は揺動を成長させ，乱流輸送を増大 $\Longrightarrow$ 不安定化

自己維持乱流

輸送コード TASK/TR

- 先述の拡散輸送方程式を基にした，拡散型輸送シミュレーションコード
- 扱う変数

密度	n_s	(s=D,T,He,Impurity)
プラズマ回転	u_s	(s=D,T,He,Impurity)
温度	T_s	(s=e,D,T,He,Impurity)
エネルギー密度	W_s	(s=α, ビームイオン)
中性粒子密度	$n_{\mathrm{f}s}, n_{\mathrm{s}s}$	(s=D,T)
ポロイダル束	Ψ	

- ソース
  - 電離
  - 衝突運動量とエネルギー移動
  - RF 加熱と電流駆動

TASK/TR & TASK/EQ 1

- TR で計算した分布を用いて EQ で平衡を解き，その結果得られた平衡分布を基に TR で再び時間発展を計算する．
- TR をメインにし，平衡を解く時に TR の中から EQ のサブルーチンを呼び出すことで交互の計算を実現している．
- TR において初期電流密度分布を与えるために，ある程度平衡形成に於いて余裕のあるプラズマ電流値から徐々に変化を加えていき，最終的な初期電流密度分布を形成する．
- TR/EQ 間の往復は任意の時間ステップで行うことが出来る．
- 平衡計算は TR に戻ってくる $j_{\max}$ がある程度収束するまで繰り返し行われる．

TASK/TR & TASK/EQ 2

- 始めに TR は $R, a, \kappa, \delta, B, I_\mathrm{p}$ 及び，p, j など ρ の関数を EQ に与え，平衡計算を行うことでプラズマ形状を形作り，プラズマ体積 (V) や q などを ψ の関数で計算する．
- TR へは ρ の関数として変数が引き渡される．
- その後の計算における変数の大まかな対応は以下の表の通りである．

TR		EQ
$I_\mathrm{p}, p(\rho), j(\rho), u(\rho), T(\rho)$	$\rightleftarrows$	$q(\psi), \mathrm{metric}(\mathrm{ex.}V'(\psi))$

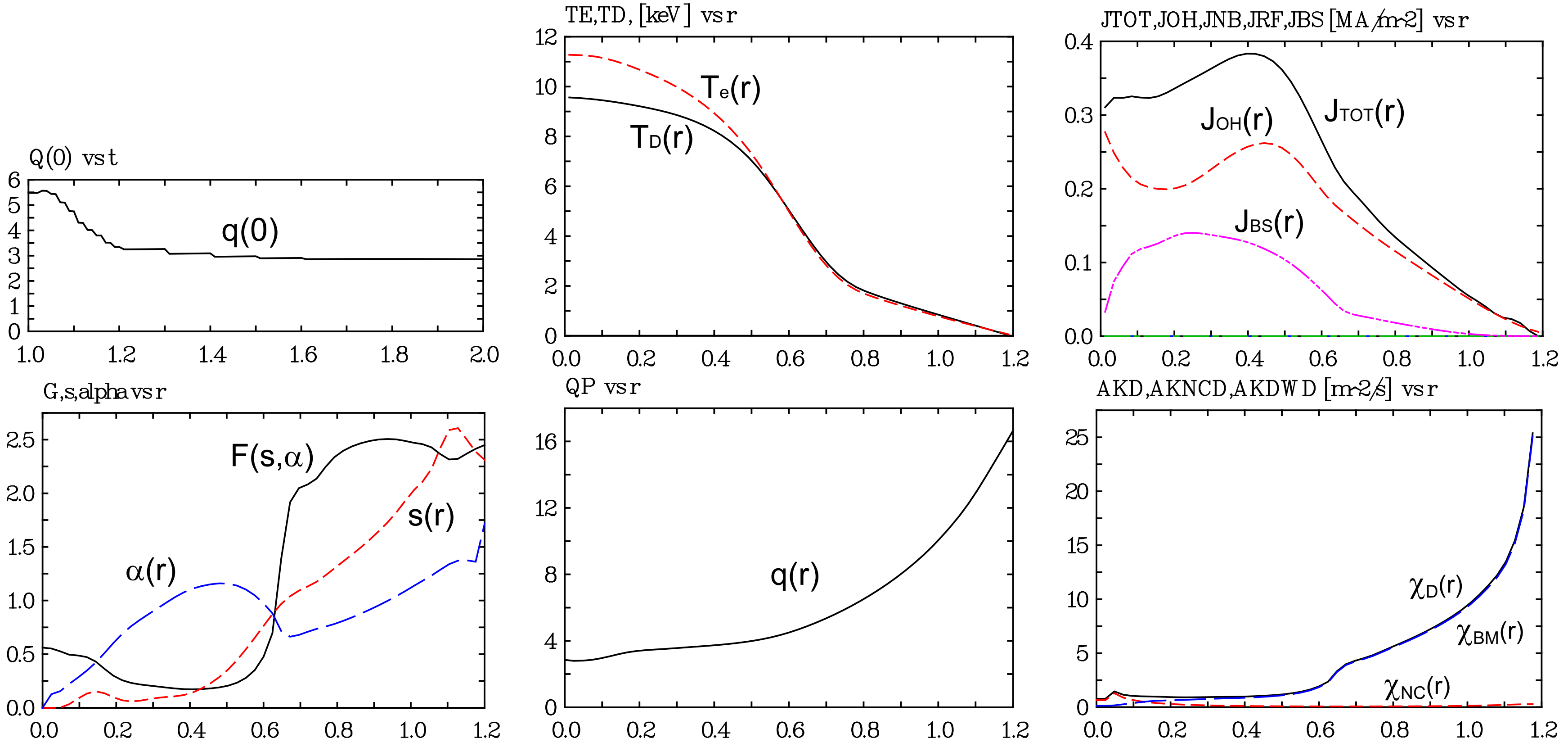
- 現在の所，トロイダル回転の方程式は含まれていないため，$u(\rho)$ の計算は行われていない．

高 β_p モード: 2s までの時間発展 1

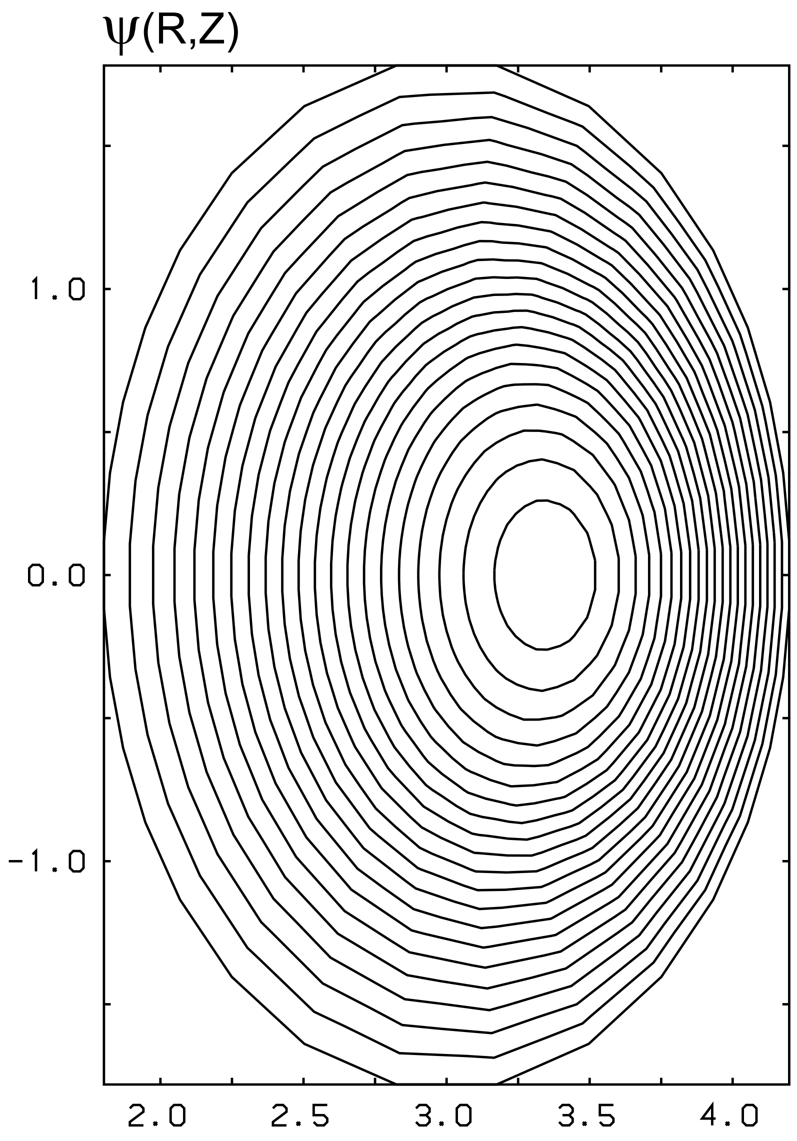
- 密度分布を固定して解いた: $n_\mathrm{e} \propto (1 - r^2/a^2)^{1/2}$
- 任意の初期分布として，$T_s(r = 0) = 1.0\mathrm{keV}$，$n_{\mathrm{e,D}}(r = 0) = 0.5 \times 10^{20}/\mathrm{m}^3$，$I_\mathrm{p} = 1\mathrm{MA}$ を与えた.
- 運転方法
  - 初期分布から加熱するための分布を形成するために，あらかじめ 1 秒走らせておく.
  - $r = 0.1\mathrm{m}$ に ICRH$13.5\mathrm{MW}$ の加熱を行った.
  - その後 1 秒走らせた.
  - 加熱開始直後など平衡が不安定な時に，平衡を頻繁に解いている.

高 β_p モード: 2s までの時間発展 2

$r < 0.6$ m で大きな温度勾配や圧力勾配が維持され，$r = 0.3 - 0.4$ m 近傍で BS 電流密度が高くなるため，全電流密度はピークを作る．その結果 q 分布に平坦部が形成され，磁気シア s の低下と圧力分布 α の増大によって $F(s, \alpha)$ が非常に小さくなり，熱拡散係数が低下する．



高 β_p モード: 2s までの時間発展 3



R_axis : 3.354

Z_axis : -1.481×10^{-14}

S_axis : -5.204×10^{-1}

β_t : 3.964×10^{-3}

β_p : 1.914

q_axis : 2.794

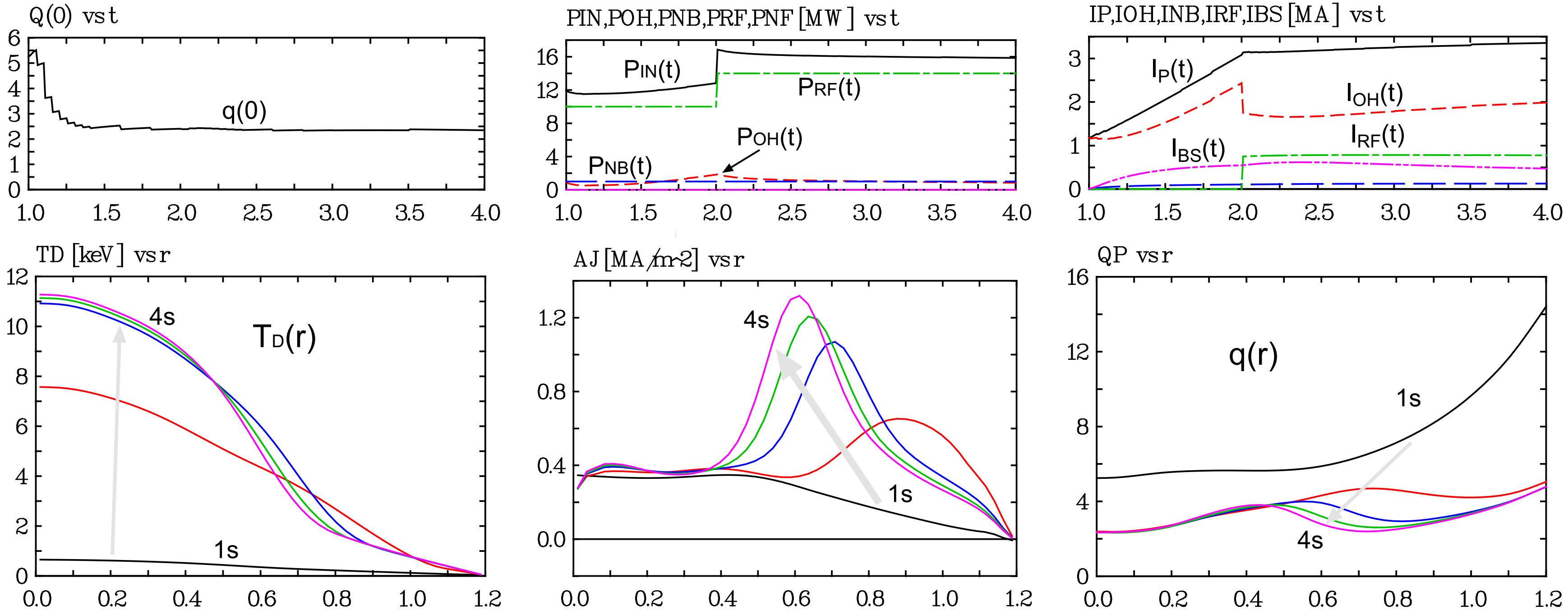
q_surf : 1.713

負磁気シアア配位：4s までの時間発展 1

- 密度の発展方程式も解いた．
- 任意の初期分布として，$T_s(r=0)=1.0\mathrm{keV}$，$n_{\mathrm{e,D}}(r=0)=0.5\times10^{20}/\mathrm{m}^3$，$I_\mathrm{p}=1\mathrm{MA}$ を与えた．
- 運転方法
  - 初期分布から加熱するための分布を形成するために，あらかじめ 1 秒走らせておく．
  - 中心に NBI1MW，$r=0.3\mathrm{m}$ に ICRH10MW の加熱を開始すると同時に，プラズマ電流を 1 秒間で 1 MA から 3 MA まで増加させた．
  - 加熱開始から 1 秒後，$r=0.7\mathrm{m}$ に LH4MW の加熱を行い，その後 2 秒走らせた．
  - 加熱開始直後など平衡が不安定な時に，平衡を頻繁に解いている．

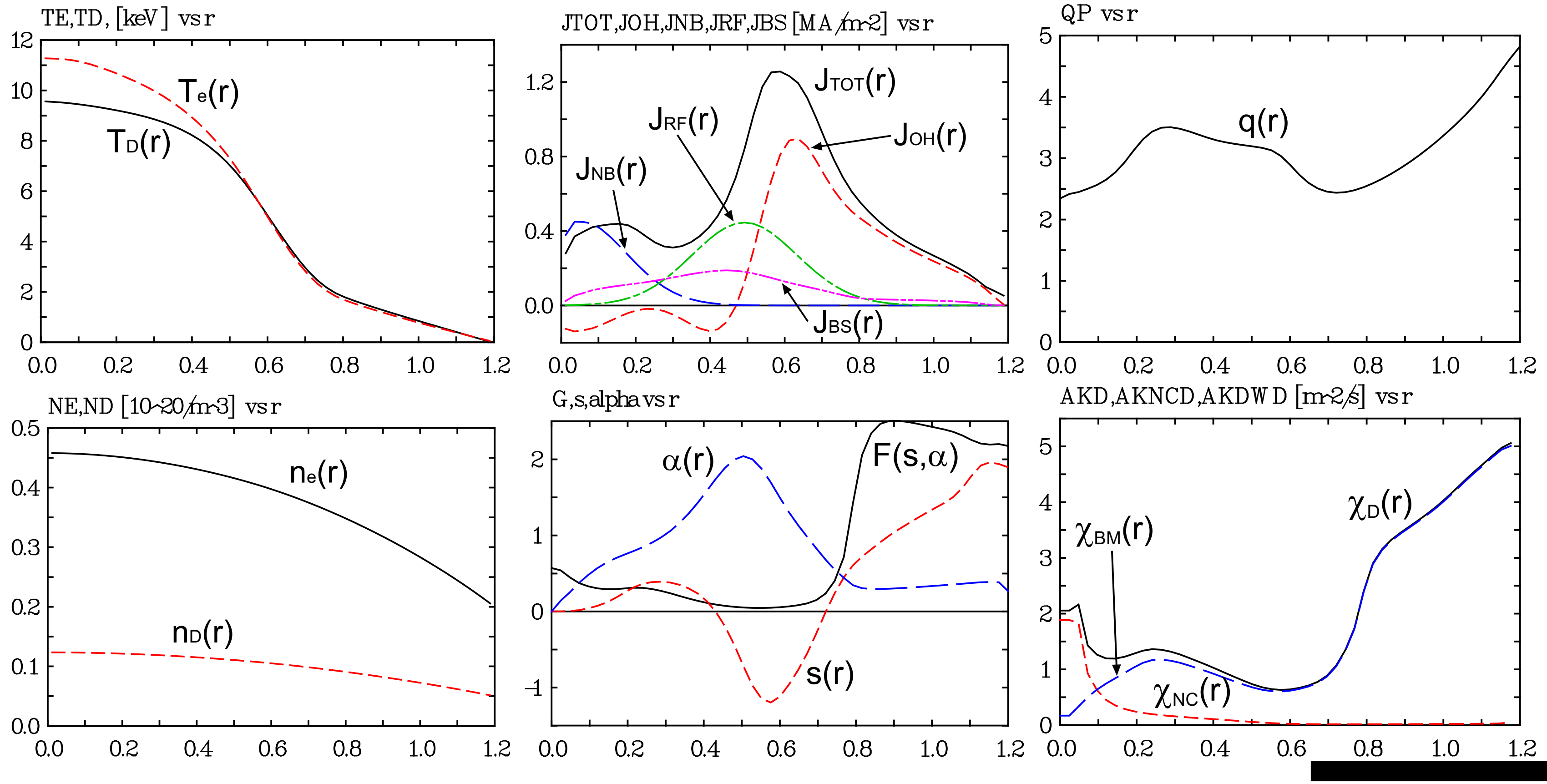
負磁気シア配位：4s までの時間発展 2

加熱を開始すると，$r = 0.6\mathrm{m}$ 近傍で急激な温度勾配が形成され始める．これは外側で立ち上がった電流密度のピークが，成長しながら徐々にその近傍に移動していくために起こっている．また，その周辺で安全係数が低下し，負磁気シア配位が形成される．

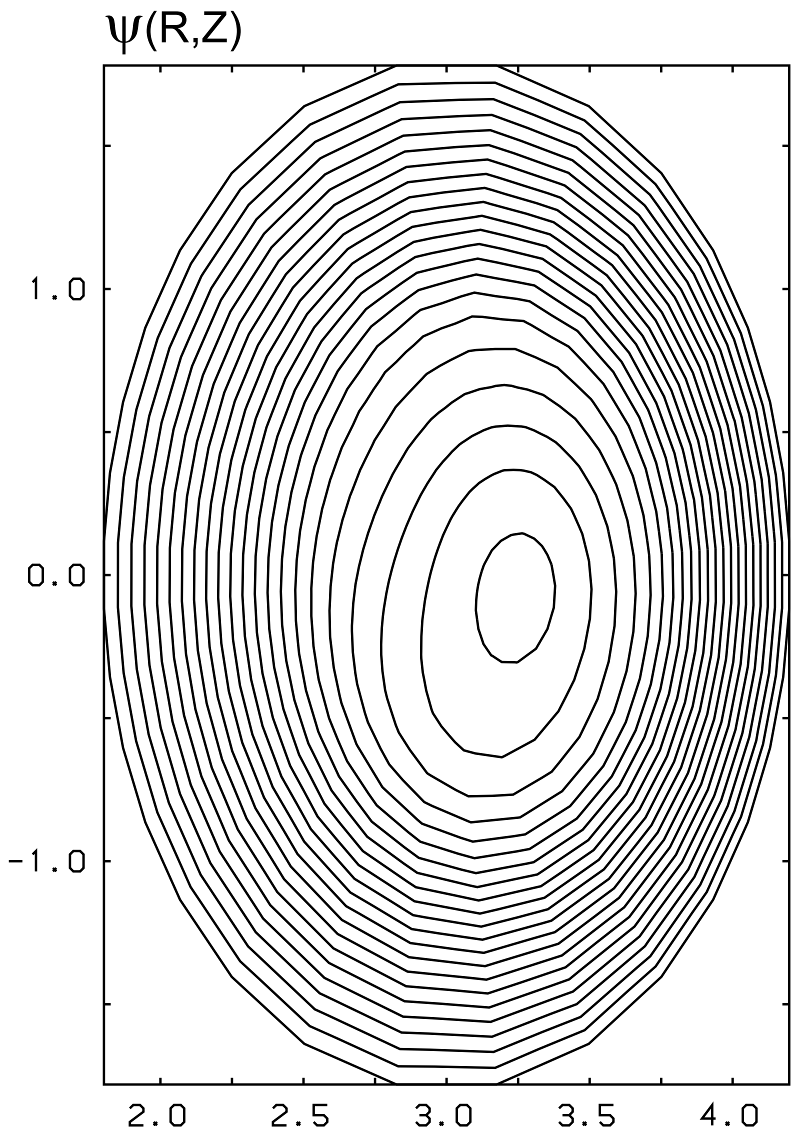


負磁気シア配位：4s までの時間発展 3

加熱開始後 3s での径方向分布である．温度においては ITB の形成が見られたが，密度では見られなかった．安全係数がくぼんでいるところでは熱拡散係数が減少しており，これは負磁気シアと急峻な圧力勾配によって形成されていることがわかる．



負磁気シアア配位：4s までの時間発展 4



R_{axis} : 3.251

Z_{axis} : -7.366×10^{-14}

S_{axis} : -1.067×10^{-1}

β_{t} : 1.046×10^{-2}

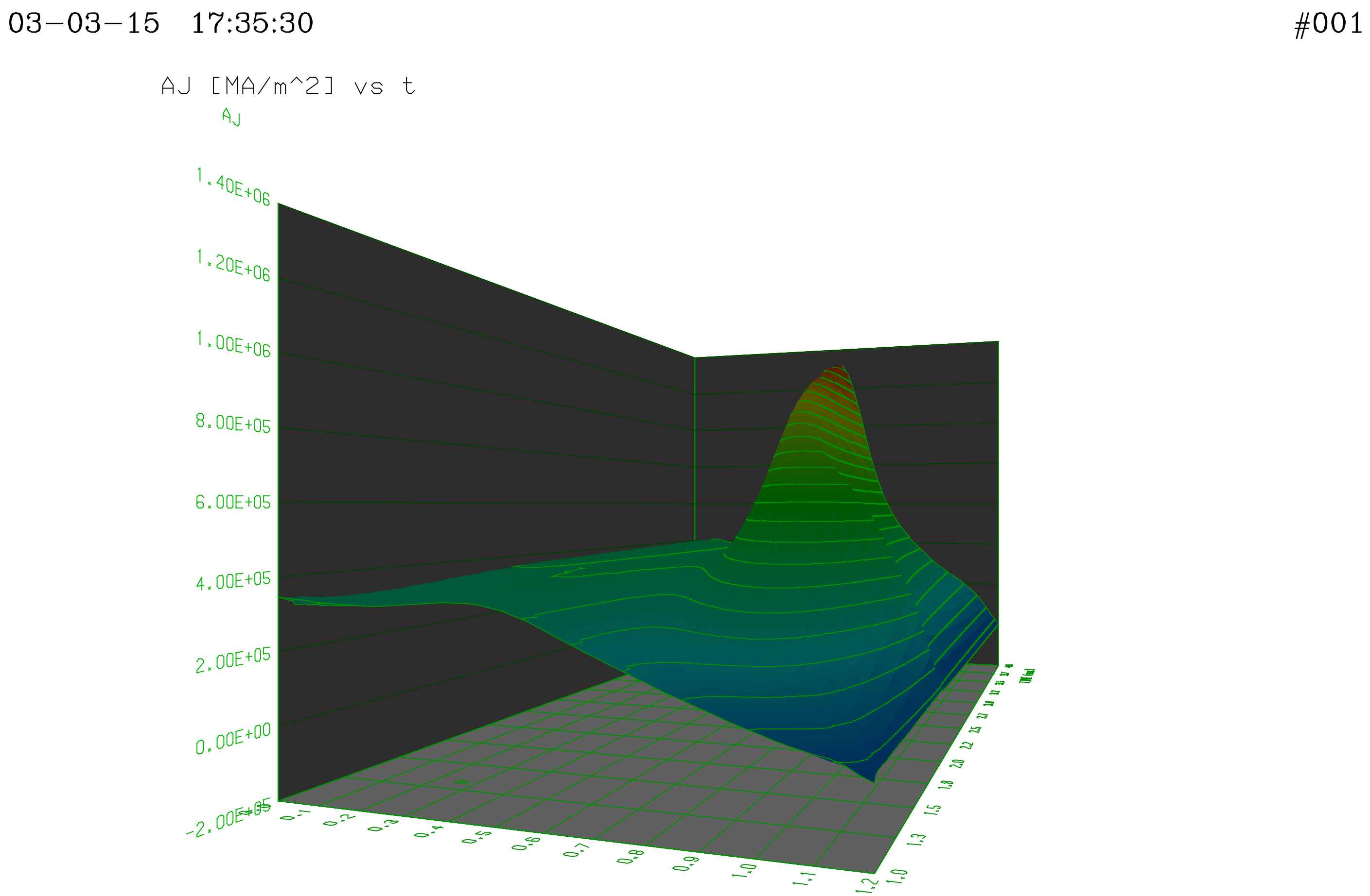
β_{p} : 5.777×10^{-1}

q_{axis} : 2.412

q_{surf} : 4.917

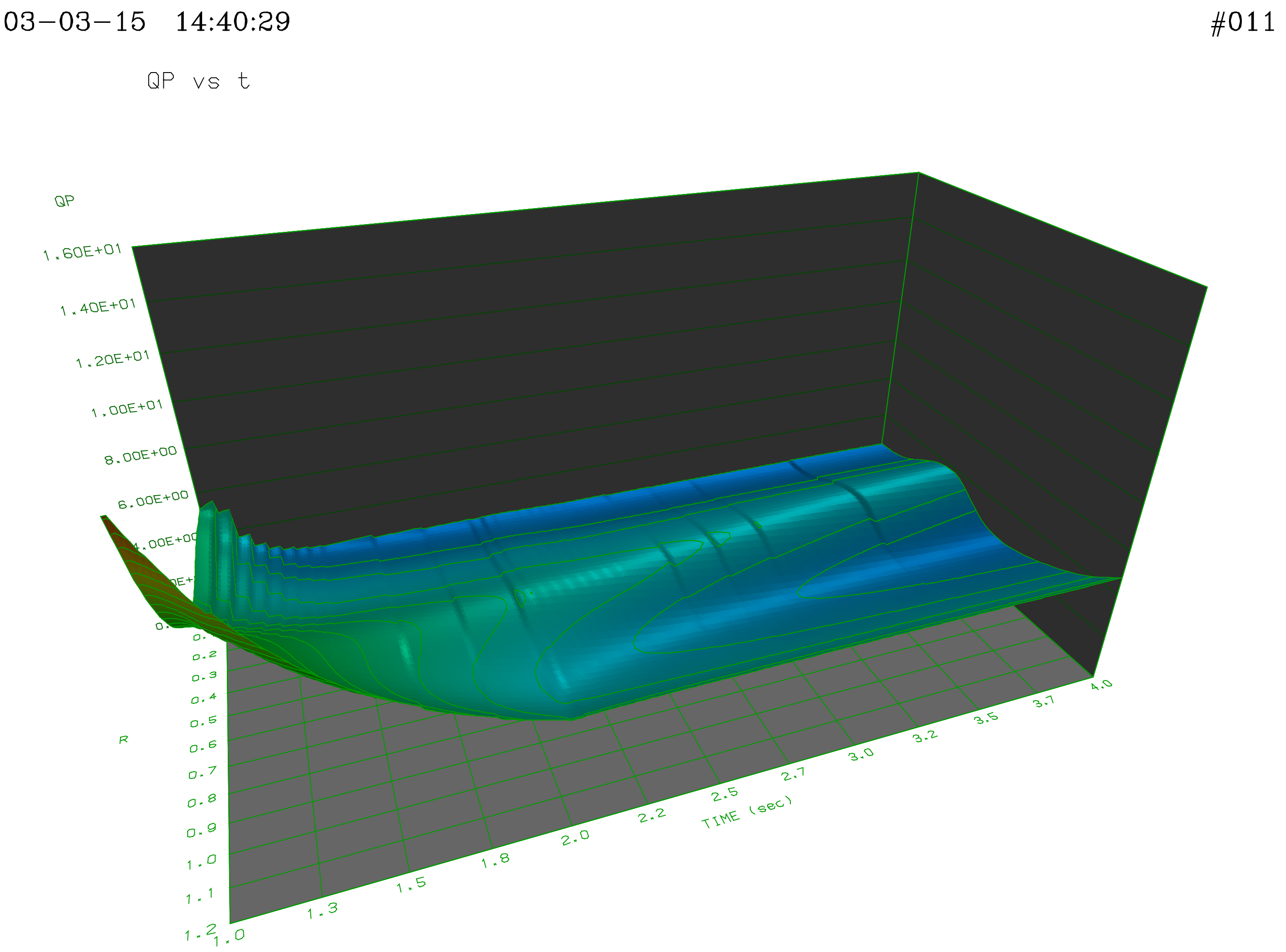
負磁気シア配位：4s までの時間発展 5

電流密度分布の時間発展



負磁気シアア配位：4s までの時間発展 6

安全係数分布の時間発展



まとめ

- トロイダル回転の項を加えることによって，剛体回転による遠心力によって磁気軸が外側にシフトすることが確かめられた．
- 高 $\beta_{\rm p}$ モードや負磁気シア配位における閉じ込め改善の機構である輸送障壁形成を輸送シミュレーションで再現した．
- 平衡と組み合わせることによって，任意の値を与える変数を減らしてシミュレーションする事が出来た．
- 今後の課題
  - 密度分布における ITB の形成を目指す．
  - 輸送コードにトロイダル回転の効果を加える．
  - ITER 分布データベースを用いて実験データと比較する．
  - 不純物，中性粒子，核融合反応の効果を加えたモデルの改良を行う．